

Принципы исследования и представления функций принадлежности нечетких множеств

Информатика и автоматика

Гаджиев Ф.Г.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности

E-mail: mr.faiq.h@mail.ru

Рассматриваются методы построения функций принадлежности нечетких множеств, их практические приложения с учетом имеющейся неопределенности и реальной ситуации на множестве свойств объектов. Приводится опыт использования экспоненциальных и кусочно-непрерывных функций для оценки объектов лингвистическими характеристиками в процедурном блоке исследовательской экспертной системы.

Ключевые слова: нечеткие множества, интенсивность свойства, шкалирование, универсальное множество, экспоненциальные функции, функция принадлежности.

Введение

Построение моделей в теории нечетких множеств неразрывно связано с нечеткими моделями оптимизации и принятия решений. Если под первыми из них часто понимают модели нечеткого математического программирования, основной задачей построения которой считают поиск экстремума целевой функции, то под вторыми – выбор на заданном множестве альтернатив, который предполагает использование понятий нечеткого множества, функции принадлежности лингвистической переменной, распределение возможностей и т.д. (1) Решение указанных проблем рассматривается в плоскости специфики построения указанных функций, а также реализации операций над нечеткими числами и с самими нечеткими множествами, относительно принципов их сравнения, упорядочения и учета природы нечеткости исходной информации.

Следует иметь в виду, что классический подход к принятию решений предполагает применение статистических решений, методов теории ожидаемой полезности, когда неопределенность связана с невозможностью реальной оценки предпочтения альтернативы, а также выражения предпочтения в виде бинарного отношения на различных альтернативах. Последнее основывается на понимании существования личных целей и ценностей субъектов анализа, главной из которых считается цель на достижение положительного коллективного решения с использованием отдельных предпочтений. При наличии малых групп контекст определяет защита общих интересов, сводимых, в конечном счете, к цели объекта группы, различность которой обязана учитывать нечетности состояний объектов, информационных единиц, используемых функций.

Постановка задачи

Важнейшим средством решения указанных задач считается лингвистический подход, предполагающий представление критериев и бинарных отношений средствами нечеткой логики с истинностными значениями лингвистического характера. Исследования

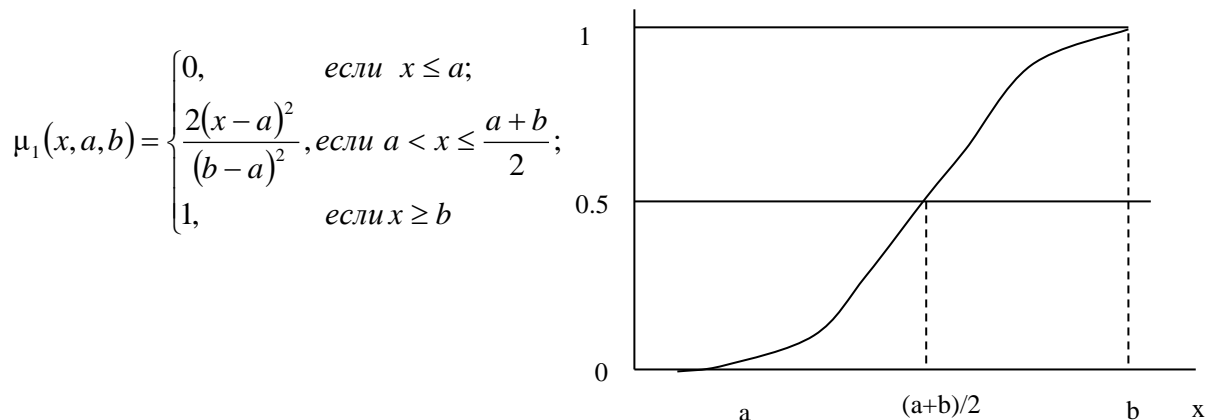
показывают, что использование указанного подхода требует решение задач, связанных с построением функций принадлежности и механизмов обеспечения реализаций прагматических операций над нечеткими множествами и числами.

Решение задачи

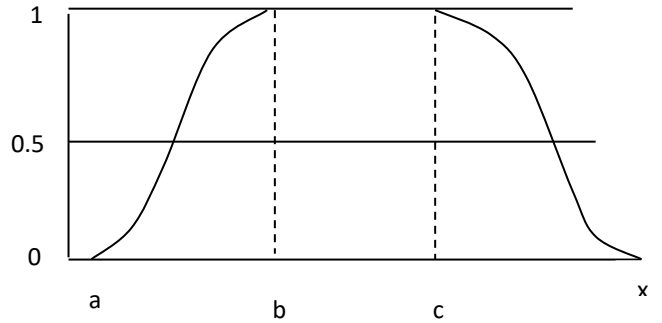
Построение функций принадлежности является важнейшей задачей теории нечетких множеств, поскольку, будучи характеристической функцией, основывается на способы формализации нечеткости. При этом сама функция принадлежности может быть построена исходя из соображений адекватности сути контекста на основе методологии понимания нечеткости. Так, сложность или неточность измерения интенсивности некоторого свойства объекта непосредственно влияет на ее задание вне зависимости от того, каковы объективные причины восприятия этого свойства экспертами.

Обеспечение целесообразности конкретной методологии оценки поддерживается различными методами, например, шкалирование, когда особое значение приобретает понятие относительного превосходства значений функций принадлежностей, характеризующее некоторое свойство. Подобная предпочтительность может объясняться технологическими, экономическими и другими объективными причинами, либо же субъективизмом экспертов. Если каждому числу $x \in X$ функция принадлежности ставит в соответствие вполне определенное значение из интервала $[0, 1]$, которое понимается как степень принадлежности к некоторому подмножеству A возможных решений, то можно утверждать, что $\mu_A(x)$ будучи непрерывной функцией, априорно формирует понимание близости значений функций принадлежности относительно незначительно отличающихся произвольных решений множества X . При этом функция $\mu_A(x)$ должна соответствовать отношению $<$, то есть $\mu_A(x_1) \leq \mu_A(x_2)$, тогда и только тогда, когда $x_1 < x_2$.

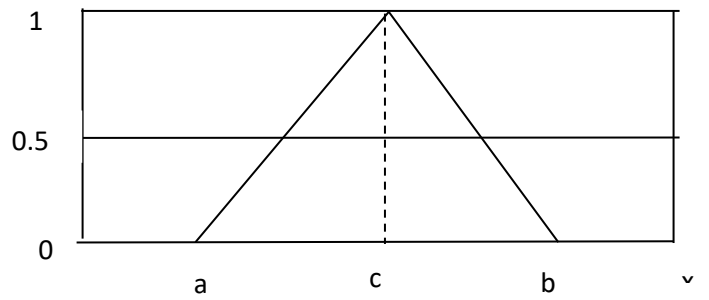
Задание функции принадлежности основывается на ее существующие свойства, в первую очередь, монотонность, симметричность, непрерывность первой производной и т.д., а также характеристики неопределенности, показателях размытости объекта и функциональной зависимости. Во многих случаях характеристическая функция строится в условиях нехватки информации, двусмысленности и противоречивости, в других X – задают множество ее уровня α , и степени принадлежности элементов к нечетному множеству рассчитываются на основе вероятностей выборки объектов для заданных α - уровней. Функция принадлежности строится также на основе выборки и априорной информации, содержащей ограничения характеризующие ее. При недостаточности данных для обеспечения оптимальности свойств функций используются эвристические методы их определения, а их целесообразность исследуется экспериментальными подходами. На рисунке приведены основные виды функций принадлежности, используемые в данной теории.



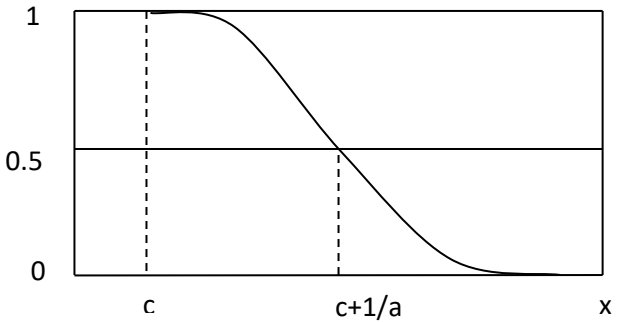
$$\mu_2(x, a, b, c) = \begin{cases} \mu_1(x, a, b), & \text{если } x < a; \\ 1, & \text{если } b \leq x \leq c; \\ 1 - \mu_1(x, c, c + b - a), & \text{если } x > c. \end{cases}$$



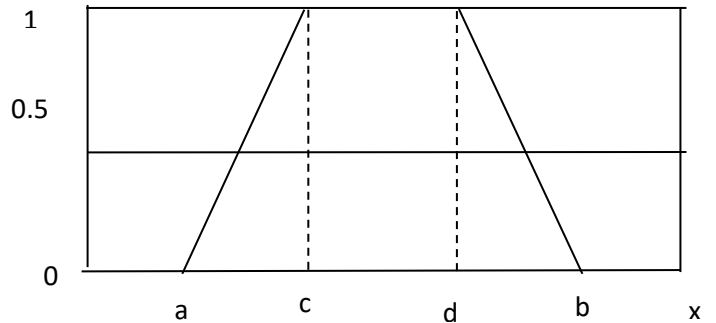
$$\mu_3(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq a; \\ \frac{x-a}{c-a}, & \text{если } a < x \leq c; \\ \frac{b-x}{b-c}, & \text{если } c < x < b; \\ 0, & \text{если } x \geq b \end{cases}$$



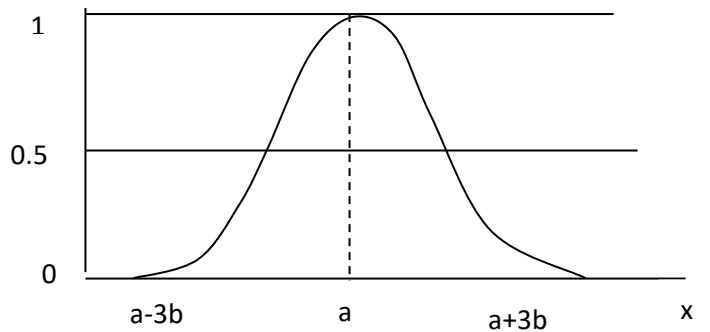
$$\mu_4(x, a, b, c) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq c; \\ (1 + [a(x-c)]^b)^{-1}, & \text{если } x > c \end{cases}$$



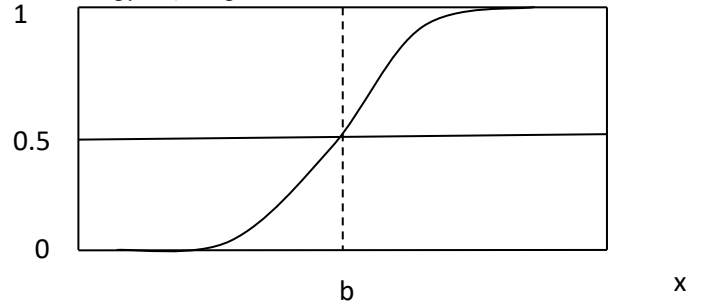
$$\mu_5(x, a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < a; \\ \frac{x-a}{c-a}, & \text{если } a < x < c; \\ \frac{b-x}{b-d}, & \text{если } c < x < b; \\ 0, & \text{если } x \geq b \end{cases}$$



$$\mu_6(x, a, b) = \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2b^2}\right]$$



$$\mu_7(x, a, b) = \langle 1 + \exp[-a(x - b)] \rangle^{-1}$$



$$\mu_8(x, a, [\underline{b}, \bar{b}]) = [\mu_6^L(x, a, \underline{b}), \mu_6^U(x, a, \bar{b})]$$

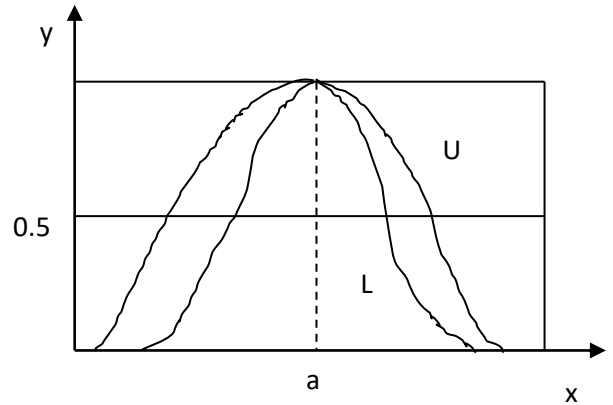


Рисунок. Основные виды функций принадлежности

Пусть объекты $\{a_i\}$ характеризуются свойствами $\{S_j\}$ и признаками $\{f_k\} (i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, k = \overline{1, l})$ имеющими операционный смысл. Введем лингвистическую переменную, ее термы: число (очень малое, малое, среднее, большое, очень большое) и их обозначения: $s(c_1, c_2, \dots, c_5)$. Пусть также исходный ряд свойств является ранжированным рядом и составляет универсальное множество X , на котором определены нечеткие подмножества. Областью значений функций принадлежности примем отрезок $[0, 1]$ и будем считать, что нечеткое множество характеризуется случаем S нечетких множеств, задаваемых парой (X, M) , где $M: X \rightarrow S$. Здесь в качестве конечного линейно-упорядоченного множества примем расширенный или сжатый список термов лингвистической переменной «Число». Произведем оценку $\{f_k\}$ на основе задания функций принадлежности, что может быть осуществлено, к примеру, экспоненциальными функциями вида:

$$M_{\text{малое}}(X) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{0.25}{|-0.4-x|}\right)^{2.5}\right], \quad M_{\text{малое}}(X) = 1 - \exp[-5|x|],$$

$$M_{\text{большое}}(X) = 1 - \exp\left\{\begin{matrix} 0, & x < a \\ 0, & x > b \end{matrix} \left[1 - \left(\frac{(x-a)^2}{(b-a)^2}\right)^{2.5}\right]\right\}, \quad a \leq x \leq b.$$

Реализация данного подхода позволила соотнести произвольное свойство объектов терм-множеству лингвистической переменной, что свидетельствует о возможности упорядочения лингвистических характеристик баз знаний экспертных систем, присуждении свойствам сложных объектов идентификационного статуса и т.д.

Заключение

В статье рассмотрены различные подходы к построению функций принадлежности с учетом оценки интенсивности исследуемого свойства; шкалирование, которое может быть реализовано заданием относительного предпочтения на терм-множестве лингвистической переменной; специфики имеющейся неопределенности; частности информации о функции принадлежности; априорной информации о методе задания характеристической функции.

Относительно реализации данных методов в экспертных системах указывается использование экспоненциальных и кусочно-непрерывных функций принадлежности при исследовании свойств объектов и их упорядочения на лингвистической основе.

Литература

1. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. / Пер. с польского И.Д. Рудинского. – М.: Горячая линия, Телеком, 2004. – 452 с.
2. Васильев В.М., Ильясов Б.Г. Интеллектуальные системы управления. // Теория и практика. – М.: Радиотехника, 2009.
3. Klir G.J., Yuan B. Fuzzy sets and fuzzy logic. Theory and application. – London, 1999.
4. Борисов А.Н., Левченков А.С. Методы интерактивной оценки решений. – Рига: Зинашне, 1982. – 139 с.
5. Гаджиев Ф.Г. Процедура идентификации свойства объектов с расплывчатыми позициями. // Изв. АН Азерб., сер. физ.-тех. и мат. н. – 1995, №1-2. – С.186-190.
6. Ринкс Д.Б. Эвристический подход к обобщенному календарному планированию производства с использованием лингвистических переменных: методология и применение. // В сб.: Нечеткие множества и теория возможностей. – М.: Радио и связь, 1986. – С.349-370.
7. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. // Математика сегодня. Новое в зарубежной науке. – 1976. – 149 с.

Xülasə

Насиєв Ф.Н.

Qeyri-səlis çoxluqların mənsubiyyət funksiyalarının tədqiqi və təqdimatı prinsipləri

Qeyri-səlis çoxluqların mənsubiyyət funksiyalarının qurulma üsulları, onların obyektiv xassələr çoxluğunda real vəziyyəti və mövcud qeyri-müəyyənliyinə nəzərə alınması ilə praktiki tətbiqinə baxılmışdır. Tədqiqi ekspert sisteminin prosedur blokunda obyektlərin linqvistik xarakteristikalarla qiymətləndirilməsi üçün eksponensial və hissə-hissə kəsilməz funksiyalardan istifadə təcrübəsi göstərilir.

Açar sözlər: qeyri-səlis çoxluq, xassənin intensivliyi, şkalalaşdırma, universal çoxluq, eksponensial funksiyalar, mənsubiyyət funksiyası.

Summary

Hajiyev F.G.

Principles of research and presentation of membership functions of fuzzy sets

The methods for constructing membership of fuzzy sets and their practical application in view of uncertainty and the real situation on the set of object properties have been considered. An example of experience in the use of exponential and piecewise continuous functions to assess the objects by the linguistic characteristics in procedural block of the expert research system have been provided.

Key words: fuzzy sets, intensity of characteristic, scaling, universal set, exponential functions, membership function.